

APLICACIONES DEL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LA INDUSTRIA DEL ACERO. ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL Y FUNCIONAL DE PRODUCTOS TUBULARES.

Rita Toscano^{*}, Pablo Buccello, Francisco Ferrari, Gustavo Luszczuk, Luciano Mantovano y José Pereiras

^{*} Centro de Investigación Industrial (CINI), Tenaris
Dr. Jorge A. Simini 250,
B2804MHA, Campana, Argentina.

^{*} e-mail: rtoscano@rtenaris.com, web page: <http://www.fudetec.com>

Palabras claves: pozos petroleros, uniones roscadas, tuberías, arrestors.

Resumen. *En este trabajo describimos los modelos numéricos desarrollados en el CINI para simular el comportamiento estructural y funcional de productos tubulares utilizados en la industria del petróleo. Incluimos tubos para pozos petroleros, sus uniones, así como los tubos utilizados en las tuberías de conducción de gas y petróleo. Estos modelos son utilizados como herramientas de análisis para estudiar el efecto que ciertos defectos de fabricación puedan tener en la capacidad estructural del tubo, proponer modificaciones de diseño de las uniones, llegar a un diseño innovador del producto, etc. Pero antes de ser aceptados como herramientas, estos modelos fueron validados mediante la comparación de los resultados numéricos con los resultados experimentales, obtenidos en ensayos desarrollados tanto en nuestro laboratorio a plena escala como en laboratorios externos. Este procedimiento de validación también es descripto en este trabajo.*

1 INTRODUCCION

En este trabajo describimos los modelos numéricos desarrollados en el CINI para simular el comportamiento estructural y funcional de productos tubulares utilizados en la industria del petróleo. Incluimos tubos para pozos petroleros, sus uniones [1-3], así como los tubos utilizados en las tuberías de conducción de gas y petróleo [4-12]. Estos modelos son utilizados como herramientas de análisis para estudiar el efecto que ciertos defectos de fabricación puedan tener en la capacidad estructural del tubo, proponer modificaciones de diseño de las uniones, llegar a un diseño innovador del producto, etc. Pero antes de ser aceptados como herramientas, estos modelos fueron validados mediante la comparación de los resultados numéricos con los resultados experimentales, obtenidos en ensayos desarrollados tanto en nuestro laboratorio a plena escala como en laboratorios externos. Este procedimiento de validación también es descrito en este trabajo.

Las uniones de los tubos deben asegurar no sólo la transmisión de esfuerzos entre los componentes de la tubería sino también asegurar sellabilidad, es decir, deben ser herméticas; por ello las uniones se analizan desde ambos puntos de vista, funcional y estructural. En la segunda sección de este trabajo mostramos algunos de los resultados obtenidos en nuestros análisis de uniones roscadas de tubos mediante el uso del método de los elementos finitos.

En la sección 3 presentamos resultados numéricos y experimentales del colapso y post-colapso de tubos sometidos a presión exterior y flexión. En el diseño de tuberías de conducción submarinas es fundamental poder determinar las presiones de colapso y de propagación del colapso en tuberías de acero sometidas a presión exterior y flexión. También es necesario conocer cómo influyen los distintos defectos de fabricación en esos valores. Cuando se produce el colapso en una sección de la tubería, este puede quedar restringido a esa sección ó propagar a lo largo de la tubería, dependiendo si la presión actuante es menor o mayor a la de propagación. Como el valor de la presión de propagación es en general muy bajo en comparación con el valor de la presión de colapso, se colocan elementos intermedios en la tubería para impedir la propagación del colapso, denominados *arrestors*. En la tercera sección de este trabajo también incluimos la validación del modelo de elementos finitos desarrollado para analizar un modelo de arrestor en particular.

2 UNIONES ROSCADAS DE TUBOS

2.1 Modelo de elementos finitos.

En la figura 1 podemos observar el esquema de una unión cuplada y en la figura 2 la correspondiente malla de elementos finitos.

El modelo es axilsimétrico y se considera un plano de simetría en la mitad de la cupla y perpendicular al eje del tubo. El procedimiento utilizado en el análisis se describe en detalle en la referencia [1]. El código de elementos finitos es ADINA (www.adina.com).

La formulación de elementos planos elegida depende del tipo de análisis.

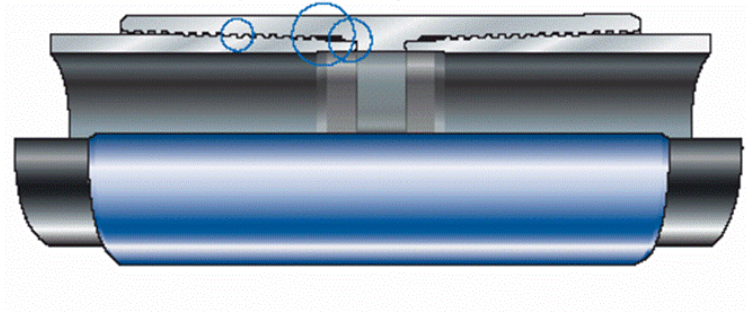


Figura 1. Esquema de una unión cuplada.

Para el análisis estándar, en el cual se analiza la unión desde ambos puntos de vista, funcional y estructural, considerando los estados de carga a los que puede estar sometida la misma en condiciones normales de uso, se utiliza el elemento QMITC [14-16], de 4 nodos y formulación mixta. En este caso se consideran pequeños desplazamientos/pequeñas deformaciones, material elasto-plástico y formulación de flujo de von Mises.

En el caso de análisis de falla de la unión, el elemento es el Q1-P0, 4 nodos de desplazamiento y un nodo de presión, grandes desplazamientos/grandes deformaciones. El modelo de material incorpora un material elasto-plástico de von Mises y usa las deformaciones logarítmicas (Hencky) como medida de deformación.

En ambos casos el modelo de material es bilineal con endurecimiento isotrópico, y un algoritmo de contacto con multiplicadores de Lagrange para el contacto metal-metal en rosca y sello.

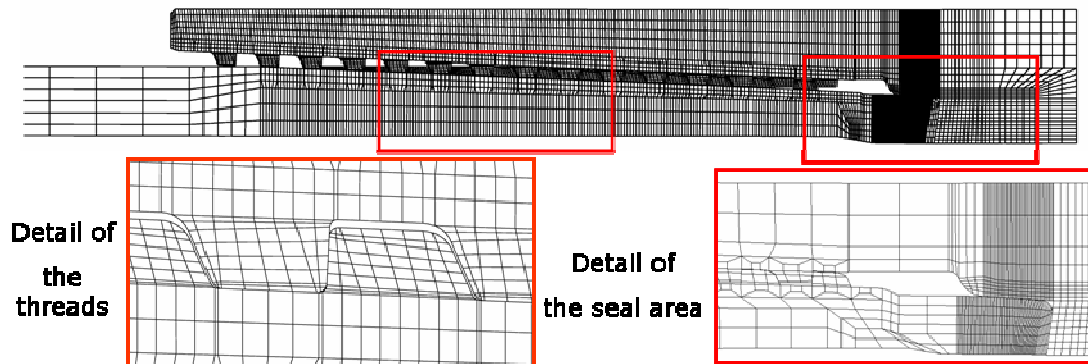


Figura 2. Malla de una unión cuplada.

2.2 Validación del modelo

En publicaciones previas [1-3] el modelo fue validado comparando los valores de deformación axial y circunferencial obtenidos numéricamente para diversas uniones con los obtenidos experimentalmente en ensayos a plena escala, medidos con strain gages.

En [3] se mostró el efecto de la presión de grasa en el comportamiento de una unión cuplada. En ese ensayo se midió la presión de grasa en la zona roscada durante el cierre de la unión (make-up), debido a un exceso de grasa en el armado de la unión. La unión fue modelada teniendo en cuenta las condiciones reales de ensayo (real geometría de probeta, propiedades del material medidas, etc.) y se comprobó que los valores numéricos de las deformaciones presentaban un excelente acuerdo con los medidos experimentalmente cuando en el modelo se incluía la presión de grasa actuando entre los dientes de la rosca (figura 3).

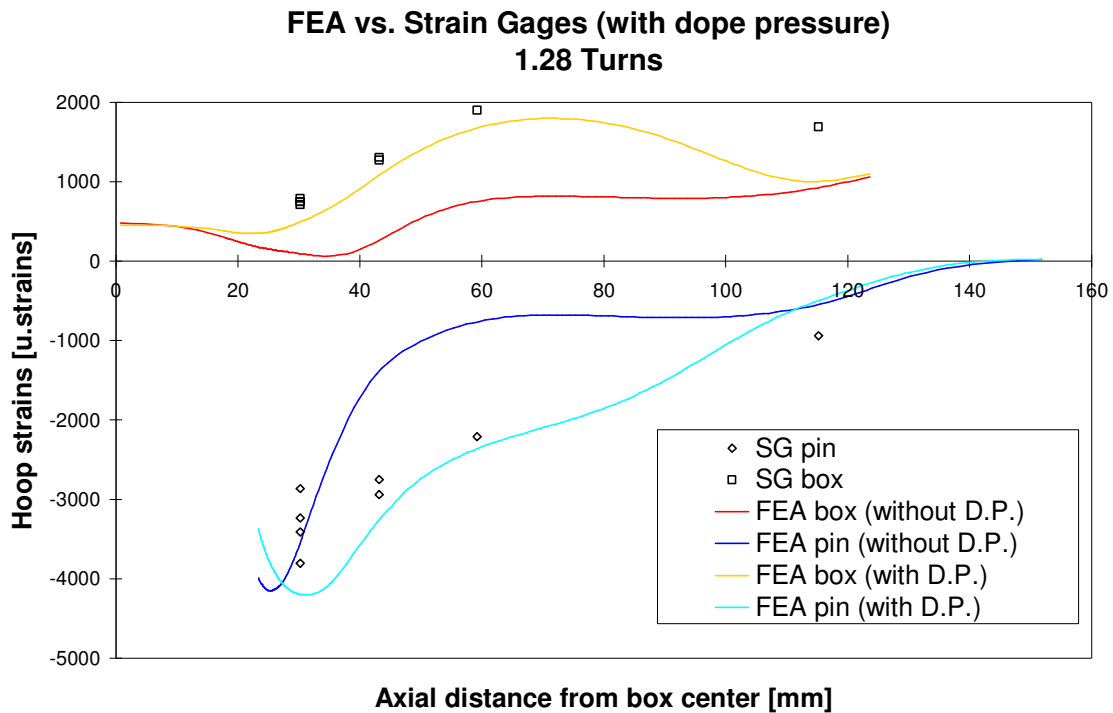


Figura 3. Comparación de deformaciones en una unión con exceso de grasa.

2.3 Análisis estándar

Estados de carga: Luego del cierre de la unión (make-up) se aplican las cargas correspondientes a los puntos indicados sobre una elipse de von Mises al X%, vale decir que la tensión de von Mises en cuerpo de tubo será el X% de la tensión de fluencia. En el eje horizontal se representa compresión y tensión, y sobre el vertical presión interna (semieje vertical superior) y presión externa (semieje vertical inferior), como puede observarse en la figura 4. Ese porcentaje X representa la eficiencia de la unión. Los estados de carga aplicados dependen de la norma que se esté usando ó, eventualmente, de los requerimientos de un cliente. La norma de uso más frecuente para los ensayos de uniones es la ISO 13679 [13].

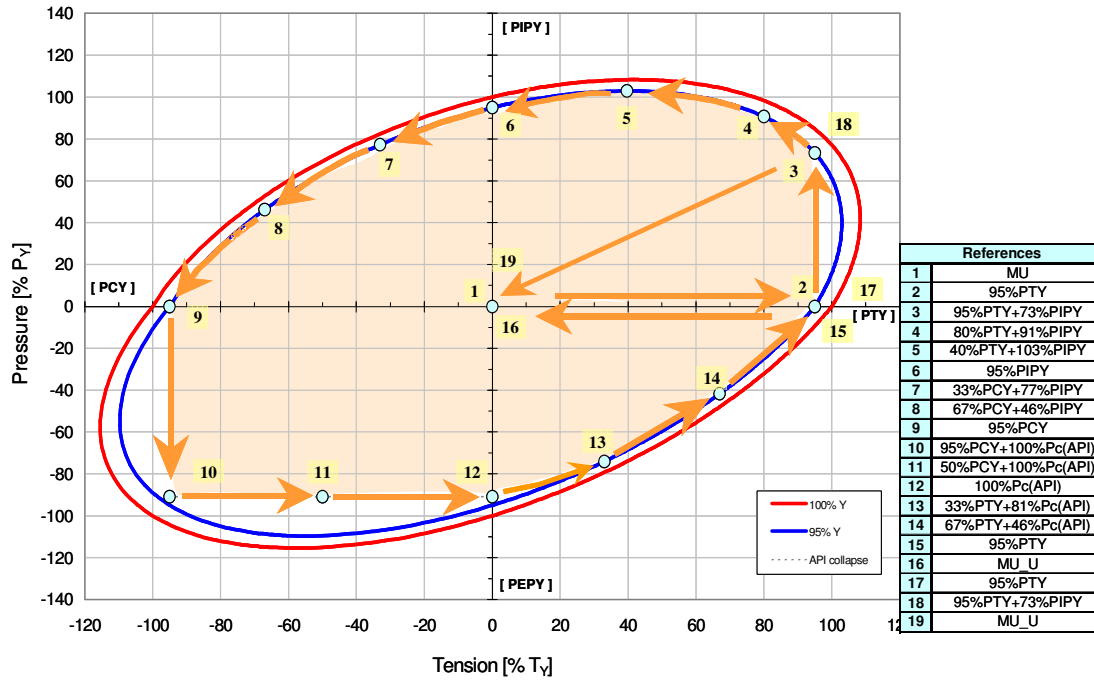


Figura 4. Elipse de von Mises

Siendo PTY, PIPY, PCY y PEPY los valores de carga de tracción, presión interior, compresión y presión exterior, respectivamente, correspondientes al 100% de la tensión de fluencia de von Mises en cuerpo de tubo.

Análisis funcional (sellabilidad): En la industria del petróleo no se dispone aún de un criterio de sellabilidad universal determinado a partir de las presiones de contacto en el sello. A efectos de poder comparar la funcionalidad de distintos diseños de uniones ó condiciones de uso, definimos 3 indicadores de sellabilidad.

- *Longitud de sello:* la longitud medida sobre el sello metal-metal en la cuál el valor de la presión de contacto es mayor al valor de la presión interior aplicada.
- *LP2:* es la integral del diagrama de presiones de contacto dividido por 2π

$$LP2 = \frac{1}{2\pi} \int \langle \sigma_{cc} - ip \rangle ds \quad (1)$$

Dónde σ_{cc} son las presiones de contacto y ip la presión interior.

El paréntesis de Macauley $\langle x \rangle$ se define como:

$$\langle x \rangle = \{x \text{ si } x \geq 0 \text{ ó } 0 \text{ si } x < 0\} \quad (2)$$

- LP_{∞} (pico del diagrama de presiones de contacto): es el valor máximo del diagrama de presiones de contacto.

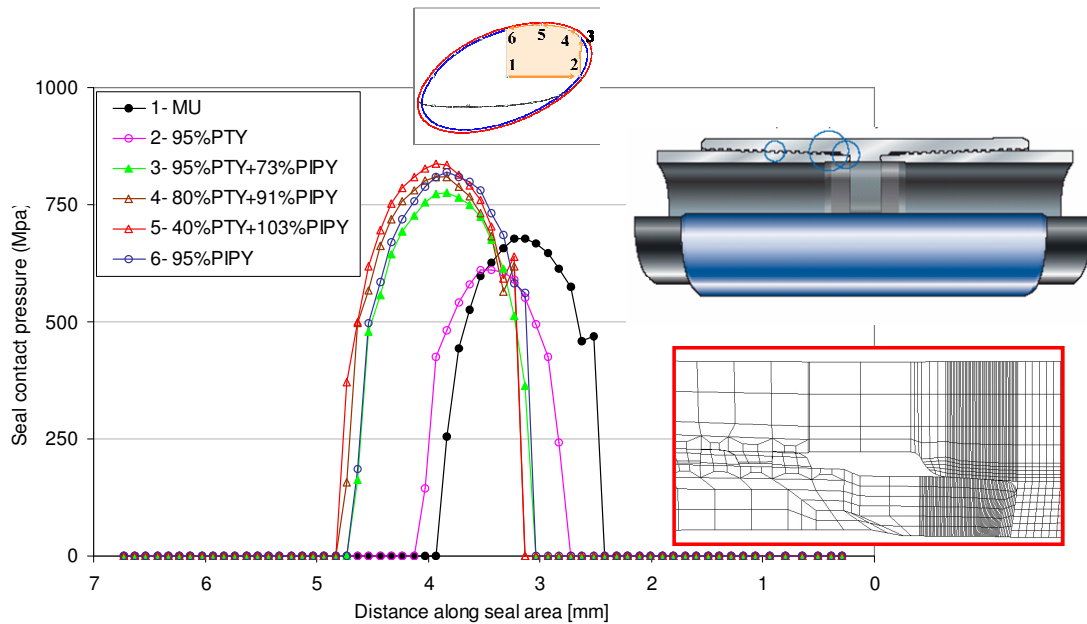


Figura 5. Presiones de contacto en sello.

La figura 5 muestra un típico diagrama de presiones de contacto para distintos puntos de carga, para un diseño de unión determinado. Para cada punto de carga calculamos los indicadores de sellabilidad descriptos. En la figura 6 graficamos la evolución de un indicador, en este caso LP_2 , a lo largo de todo el camino de carga sobre una elipse de von Mises al 95%.

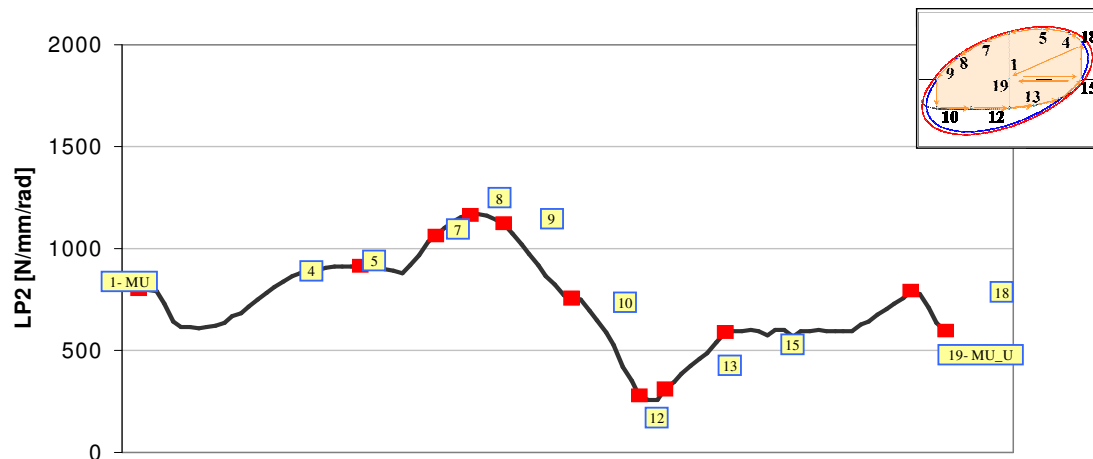


Figura 6. Indicador de sellabilidad LP_2

La forma de los diagramas de presiones de contacto depende de la geometría de las superficies de contacto. Como ejemplo, en la figura 7 se observan las presiones de contacto desarrolladas, para distintos puntos de carga, entre dos superficies rectas (cono-cono) y las desarrolladas entre una superficie recta y una curva (esfera-cono), considerando además distintos radios de curvatura y distintas pendientes del cono. No es obvio cuál diagrama es mejor desde el punto de vista de la sellabilidad, ya que los diagramas cono-cono presentan picos más altos, mientras que los diagramas esfera-cono presentan mayores longitudes de sello, que a su vez crecen con el radio de curvatura de la superficie. Sin embargo, la geometría esfera-cono parece ser más estable y menos sensible a defectos de maquinado, pero serán los ensayos a plena escala los que determinarán qué diseño de sello presenta mejor funcionamiento.

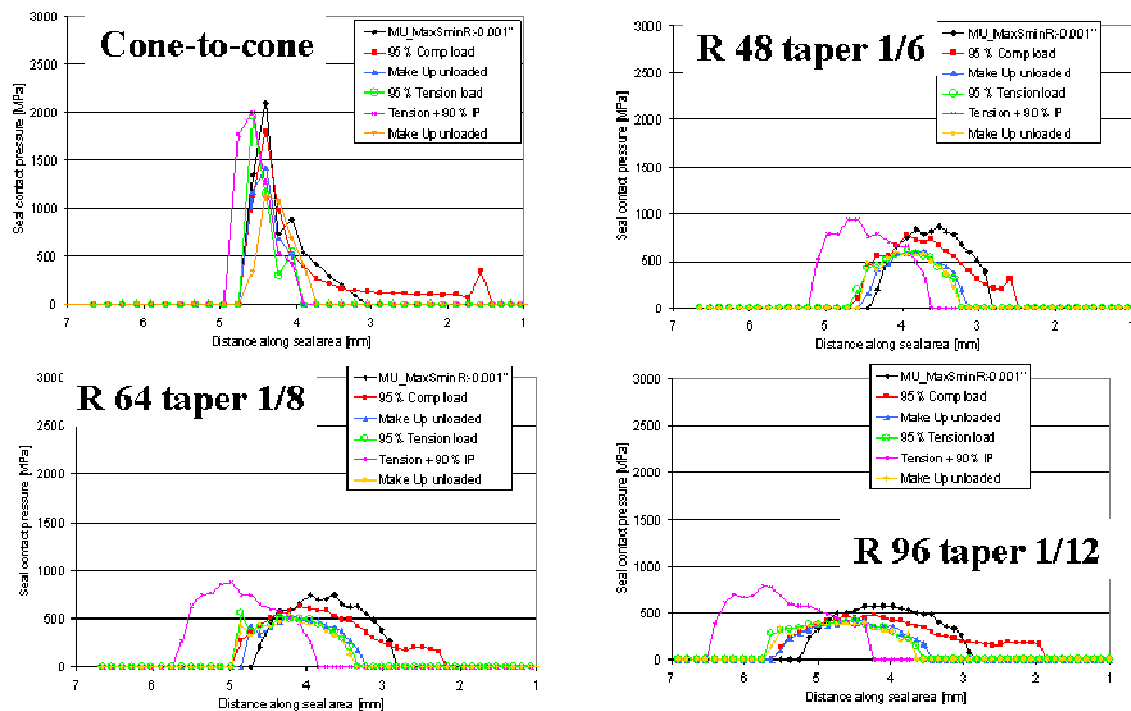


Figura 7. Esfera-cono vs. Cono-cono. Diversos radios de curvatura

Análisis estructural: La figura 8 ilustra un ejemplo de evolución de deformaciones plásticas equivalentes para distintos puntos de carga de una unión cuplada.

La figura 9 muestra las deformaciones plásticas equivalentes para diversos estados de carga, tales como presión exterior, compresión y sobre-torqueado de la unión. Estas cargas pueden generar importantes valores de deformación localizada (shear band) en el hombro de torque. El elemento utilizado en el modelo debe poder captar esta localización de deformación, sin falsas difusiones [1-3].

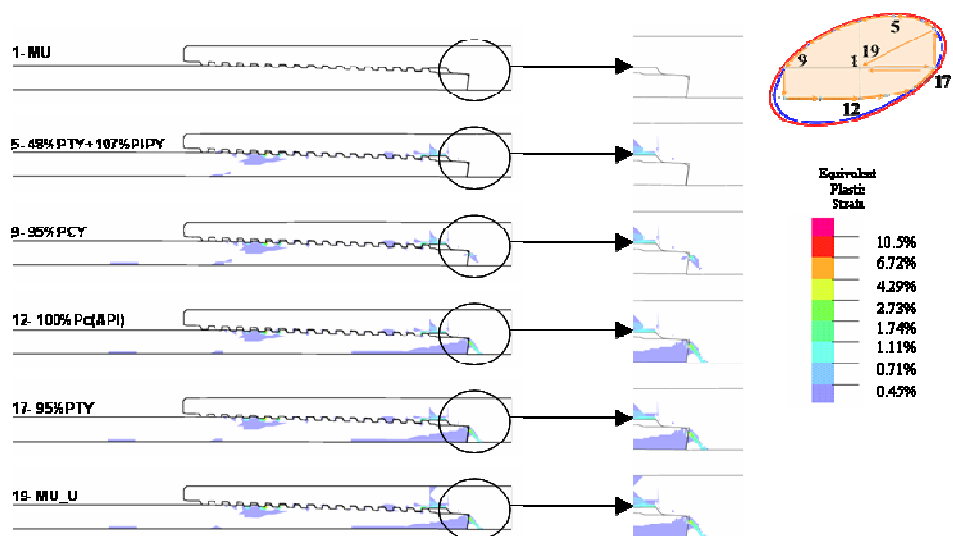


Figura 8. Deformaciones plásticas equivalentes.

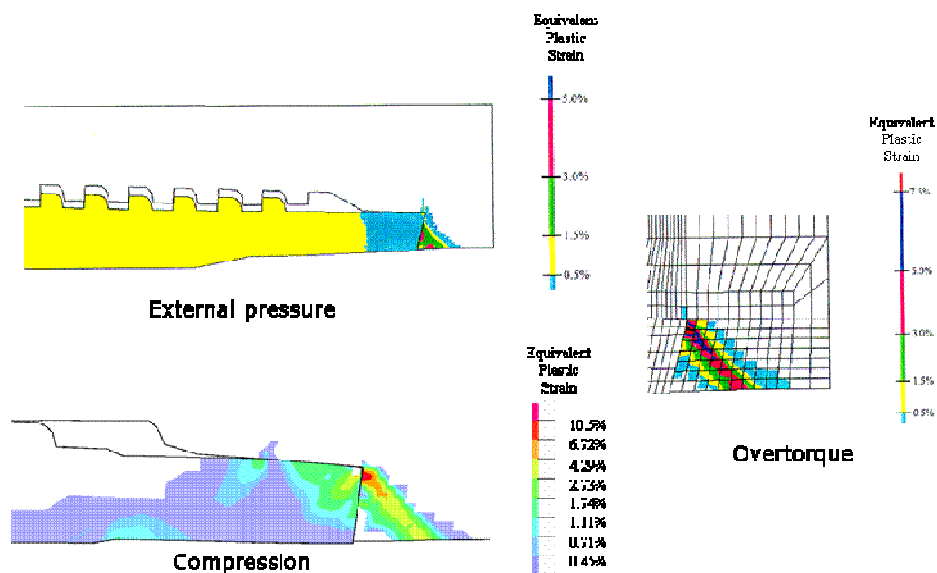


Figura 9. Localización de deformaciones plásticas en uniones cupladas.

2.4 Análisis de falla estructural

Unión roscada API-8r: La figura 10 muestra la evolución de las deformaciones plásticas en una unión API 8-R, para distintos niveles de carga de tracción hasta la falla de la unión. Para este tipo de unión la falla a tracción es el zafado de la rosca, fenómeno conocido como jump-out. Esta unión no tiene sello, y sólo cumple una función estructural, si bien la rosca puede ser

una barrera al paso de fluidos entre exterior e interior.

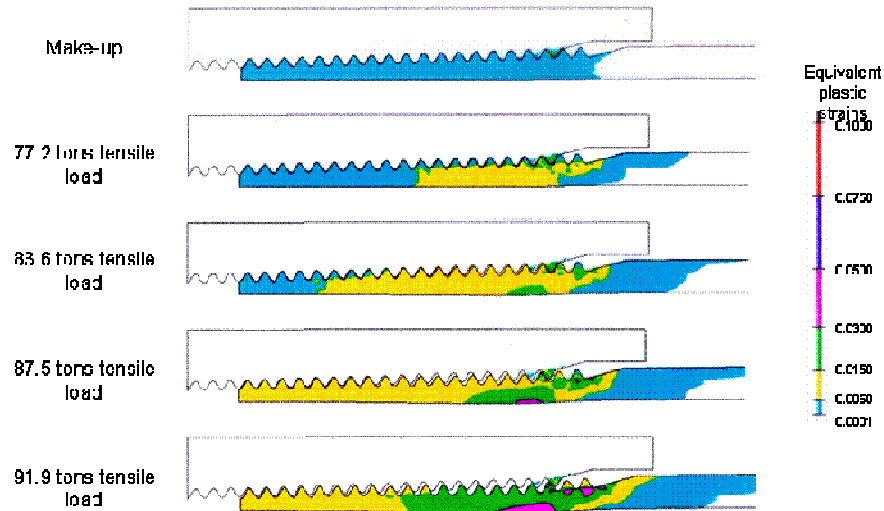


Figura 10. Jump-out: falla de una unión API 8-R

Unión roscada cuplada: En las figuras 11 y 12 se observa la falla (necking) de una unión cuplada. La figura 12 muestra las curvas carga-desplazamiento para 2 diseños de diente de rosca. Para el caso analizado se comprobó que el ángulo del diente no influía en el proceso de falla. En este caso la falla se produce fuera de la zona roscada. En general, la ubicación del necking depende de las dimensiones del conjunto tubo-unión, y de la geometría de la unión. Por ejemplo, la figura 13 muestra 2 análisis de falla hechos sobre la misma unión, pero con ligeras diferencias en la conicidad de la rosca; se puede observar cómo varía la posición del necking. En todos los casos analizados el material considerado es perfectamente plástico.

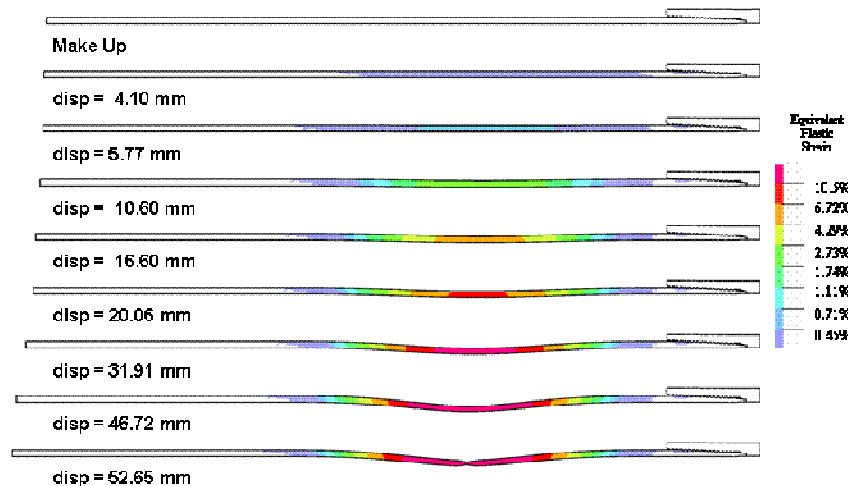


Figura 11. Necking: falla de una unión cuplada

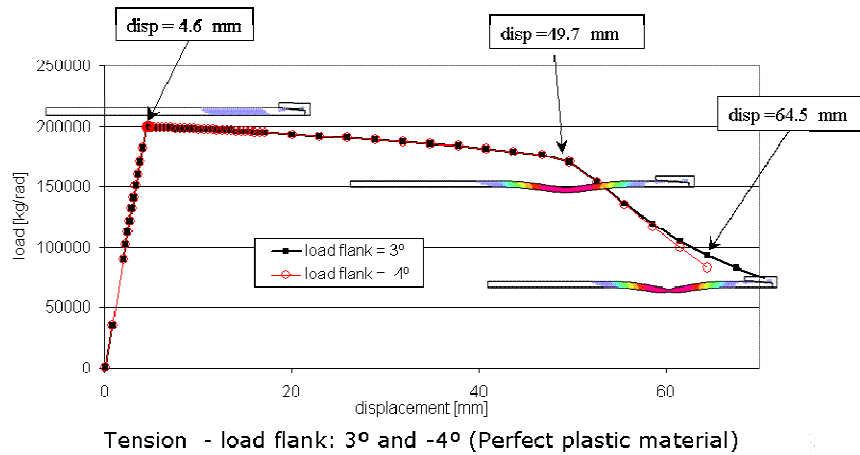


Figura 12. Necking: falla de una unión cuplada. Curva carga-desplazamiento.

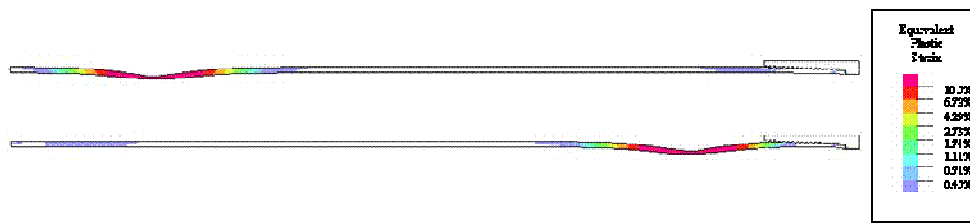


Figura 13. Falla de una unión cuplada. Influencia de la conicidad de la rosca en la ubicación del necking.

Unión roscada tipo near flush: La figura 14 muestra la falla en una unión *near flush* (sin cupla).

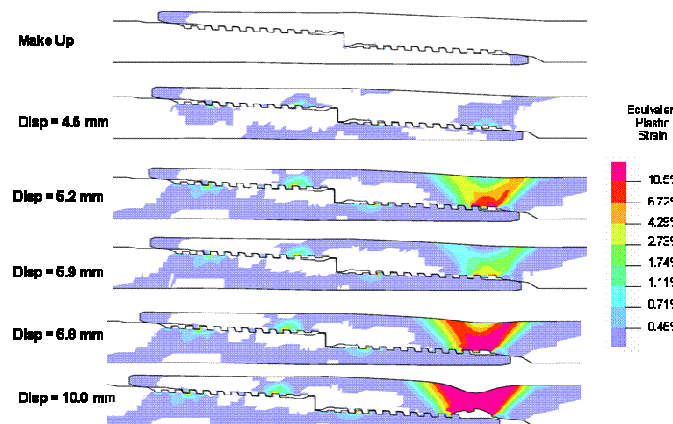


Figura 14. Falla de una unión cuplada

Uniones roscadas tipo flush, expandidas: Una nueva tecnología en tuberías para pozos de petróleo consiste en expandir los tubos ya colocados en el pozo, si es necesario tener mayor

diámetro. Las figuras 15 y 16 muestran el proceso de expansión de una unión *flush* (no tiene cupla) y las deformaciones plásticas que se desarrollan en el proceso. La figura 17 muestra la falla en una unión que fue traccionada luego de expandida, y la correspondiente curva carga-desplazamiento.

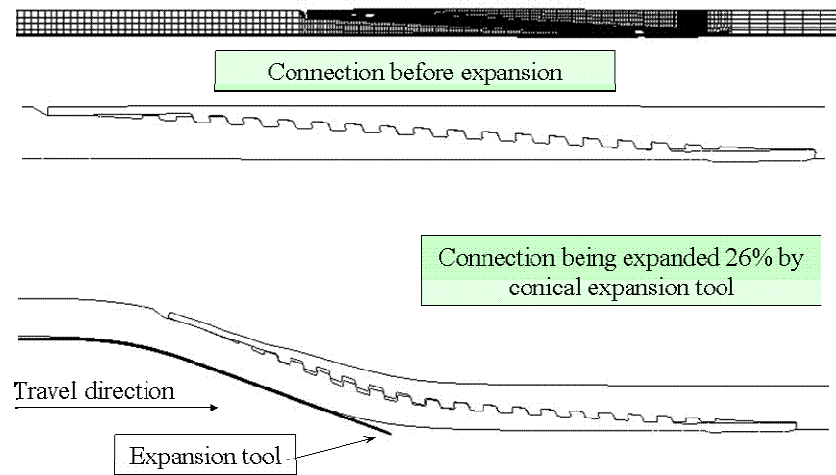


Figura 15. Unión tipo *flush* expandida 26% en diámetro.

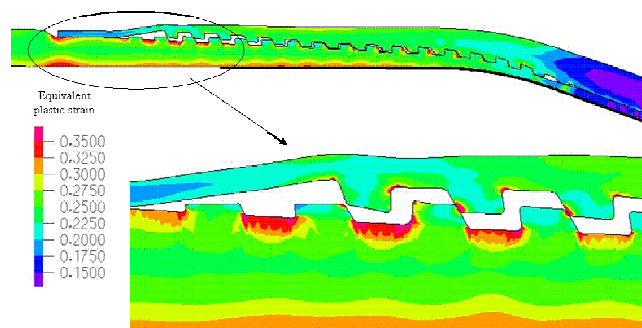


Figura 16. Deformaciones plásticas equivalentes. Unión tipo *flush* expandida 26% en diámetro.

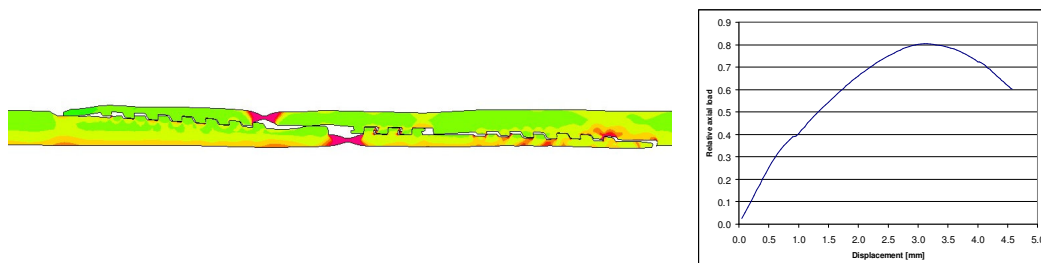


Figura 17. Deformaciones plásticas equivalentes en una unión tipo *flush* expandida 26%. Necking y curva carga-desplazamiento.

3 TUBERÍAS DE CONDUCCIÓN SUBMARINAS

3.1 Colapso y post-colapso de tuberías de conducción sometidas a presión exterior y flexión.

Se desarrolló un modelo de elementos finitos capaz de predecir las cargas de colapso y propagación de colapso en tubos de acero sin costura sometidos a distintos estados de cargas. A efectos de validar el modelo se hicieron varios ensayos en el laboratorio CFER, Canadá. En total se testearon 9 probetas, 3 sometidas a presión exterior únicamente, estudiándose en este caso el post-colapso; 5 fueron sometidas primero a presión exterior y luego a flexión, y la última fue sometida primero a flexión y luego a presión exterior. La comparación entre los resultados numéricos y experimentales demostró un muy buen acuerdo entre ambos.

Las tuberías de acero sometidas a presión exterior pueden llegar a su carga última mediante 2 mecanismos de falla:

- pandeo global, tipo “columna”
- colapso localizado, en el cuál la sección del tubo pierde su forma circular, cómo se puede observar en la figura 18.

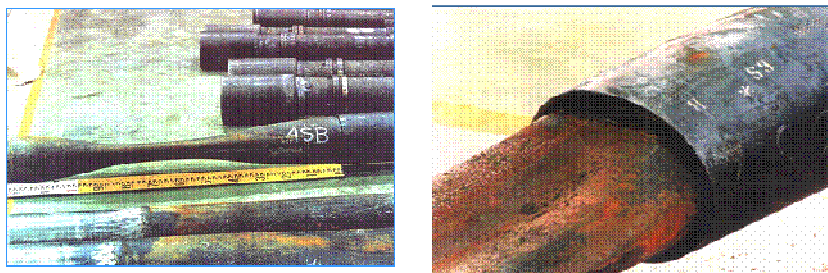


Figura 18. Colapso localizado.

3.2 Caracterización geométrica de las probetas

Se midió el espesor de los tubos en puntos distribuidos en la superficie externa de los mismos, con ultrasonido.

Se utilizó el formímetro [5], para obtener una detallada descripción de la superficie exterior de los tubos. Cada probeta fue dividida en secciones separadas entre sí aproximadamente 2mm. para cada sección se determine el círculo que mejor aproximaba a la superficie exterior. Usando el centro de este círculo (“best-fit circle center”) cada punto de la superficie puede ser localizado con un par de valores radio-ángulo. Para cada sección se grafica la diferencia entre el radio de la superficie exterior y el “best fit radius” como función del ángulo polar $f(\vartheta)$. Luego se calcula la descomposición en series de Fourier de esa función $f(\vartheta)$ [5].

La figura 19 muestra una fotografía del *formímetro* y un detalle de la descomposición en series de Fourier de la función $f(\vartheta)$. En la figura 20 se observa una distribución típica de

espesores a lo largo del eje del tubo.

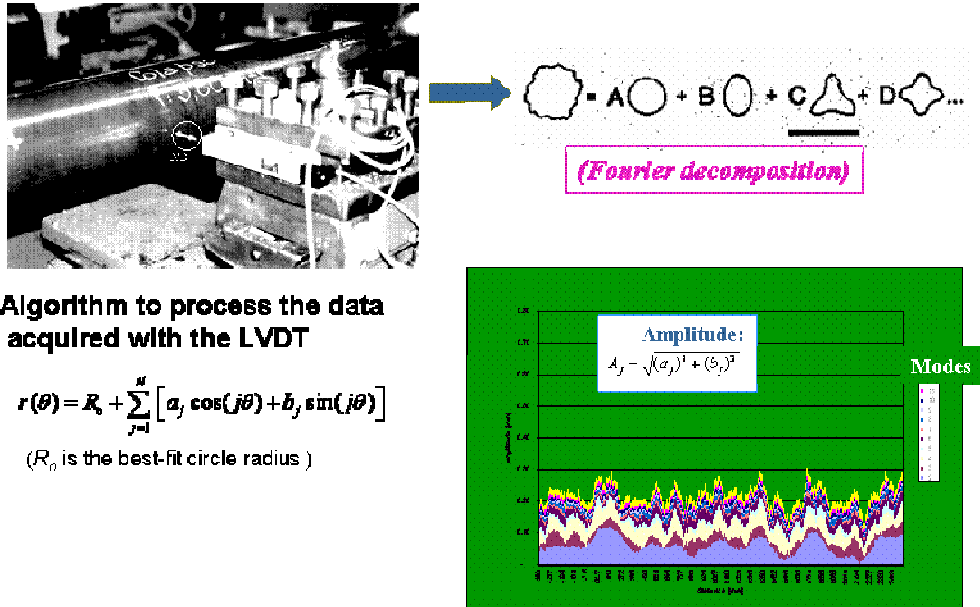


Figura 19. El formímetro.

3.3 Modelo de elementos finitos.

El modelo incorpora el mapeo de la superficie exterior del tubo y la medición de espesores, obtenidos como se describió en el apartado anterior. Se desarrolló con el programa de elementos finitos ADINA, usando las siguientes opciones :

- Elementos de cáscara de 4 nodos (MITC4, que incluye deformación por corte) [17-19].
- Método iterativo : iteración en el espacio carga-desplazamientos [20].
- No linealidad del material : material elastoplástico con endurecimiento multilineal; plasticidad asociada de acuerdo al criterio de fluencia de von Mises y endurecimiento isotrópico[21]. Se consideró material isótropo, con el valor de la tensión de fluencia igual al medido en laboratorio en la dirección circunferencial.
- No linealidad cinemática: grandes desplazamientos y rotaciones, y pequeñas deformaciones.
- Incorpora también las tensiones residuales circunferenciales medidas en laboratorio [5].
- Elementos de contacto [21] en la superficie interior del tubo para evitar la interpenetración de material en el post-colapso

Dado que la formulación utilizada en el modelo de elementos finitos es la conocida como Total Lagrangian Formulation, las deformaciones calculadas son las correspondientes al

tensor de deformaciones de Green-Lagrange [21, 22].

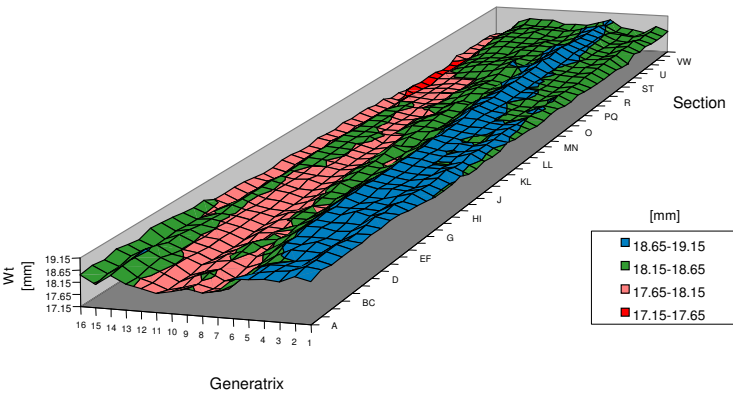


Figura 20. Distribución de espesores.

3.4 Análisis de resultados.

En la Tabla 1 mostramos la relación entre los resultados numéricos y experimentales para los 9 ensayos realizados.

Probeta	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P_c FEA / P_c exp	0.977	--	--	0.966	--	--	1.103	--	0.964
P_{prop} FEA / P_{prop} exp	0.87	--	--	0.89	--	--	0.99	--	--
M_c FEA / M_c exp	--	1.047	1.088	--	0.972	0.998	--	0.998	--

Tabla 1. Resultados numéricos vs. experimentales

Dónde P_c FEA y P_c exp son los valores de presión de colapso obtenidos numéricamente y experimentalmente; P_{prop} FEA y P_{prop} exp son los valores de la presión de propagación, numérico y experimental, y finalmente M_c FEA y M_c exp son los valores del momento de colapso obtenido numérica y experimentalmente en aquellos ensayos en que primero se aplicó presión exterior y luego flexión.

En la figura 21 se comparan las curvas *Presión exterior vs. variación de volumen interno* obtenidas numérica y experimentalmente, para uno de los ensayos realizados. También se observa la malla en sucesivos pasos de carga, y una foto del tubo colapsado, así como un esquema de la cámara de colapso.

Las curvas son prácticamente coincidentes, excepto en el intervalo que va inmediatamente después del colapso hasta que ambas curvas se unen nuevamente. En el ensayo físico la

cámara es despresurizada abruptamente luego del colapso y debe bombearse agua para aumentar la presión. Por lo tanto la curva numérica representa mejor las condiciones en el fondo del mar. La presión crece cuando se inicia el contacto entre las caras internas del tubo; en la figura va de 1kg/mm^2 a 1.22kg/mm^2 , que es la presión de propagación.

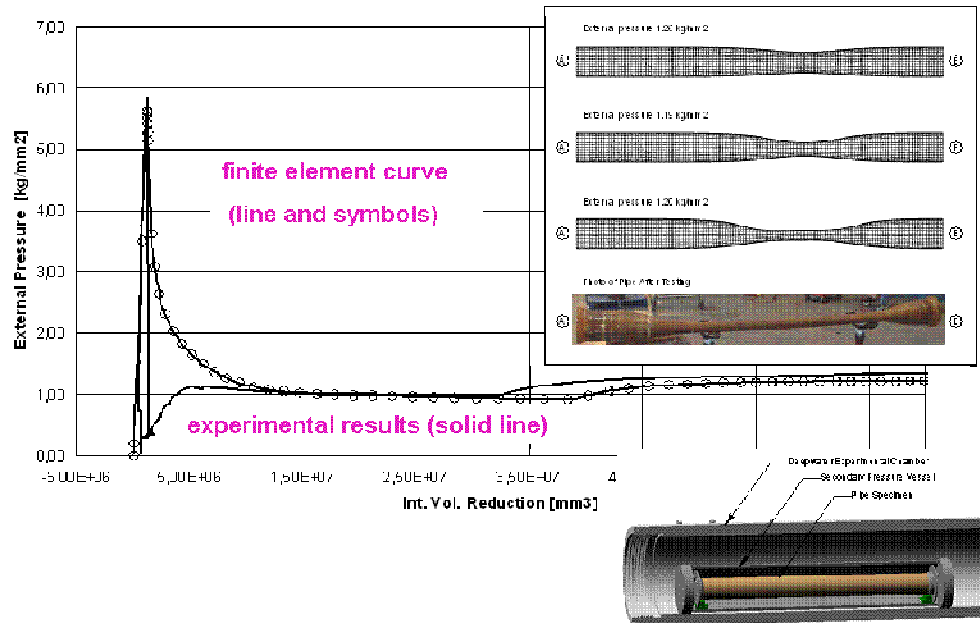


Figura 21. Presión exterior vs. variación de volumen interno. Resultados numéricos y experimentales.

La figura 22 muestra la malla de elementos finitos deformada en el régimen de post-colapso para una de las probetas. Sin embargo, para obtener concordancia entre los modos de colapso predichos por los elementos finitos y los observados en el laboratorio se requiere un mayor refinamiento de las técnicas de análisis, teniendo en cuenta la presencia de modos de colapso múltiples para una misma carga de colapso.

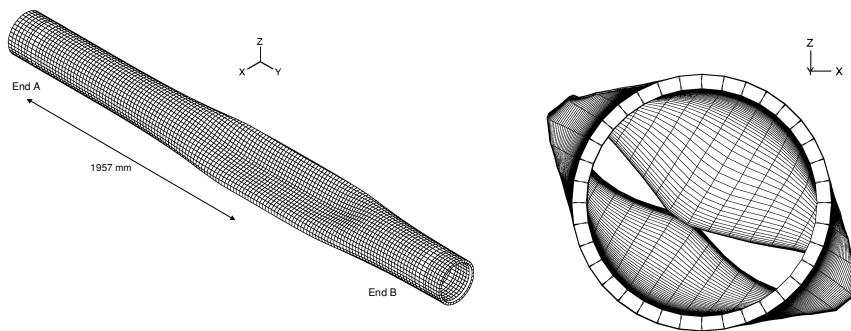


Figura 22. Malla de elementos finitos deformada en el régimen de post-colapso. Vista isométrica y frontal.

3.5 Arrestors.

Mediante el empleo de los elementos finitos, estudiamos también la performance de los “buckle arrestors”. La ocurrencia de diferentes mecanismos de cruce o “crossover” queda determinada mediante la geometría de los tubos y de los arrestors. El mínimo valor de presión para el cual el “buckle” pasa el arrestor se llama presión de crossover.

Las figuras 23 y 24 muestran las deformaciones predichas por el modelo de elementos finitos para dos probetas (sistemas tubo-arrestor) diferentes. En el primer caso se observa el mecanismo de crossover denominado “flattening” y en el segundo el que se conoce como “flipping” debido al cambio en la orientación del colapso. Que se produzca uno u otro mecanismo depende de la rigidez relativa del arrestor respecto al tubo.

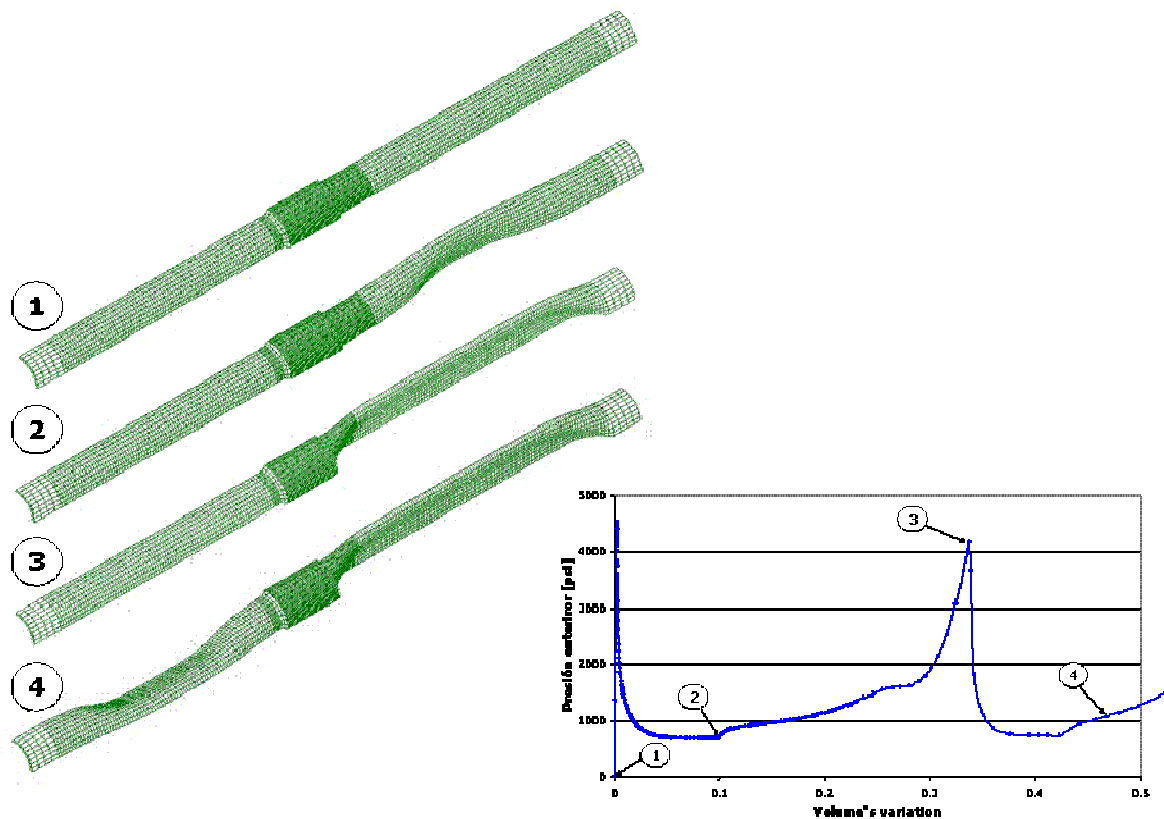


Figura 23. Mecanismos de crossover: “Flipping”

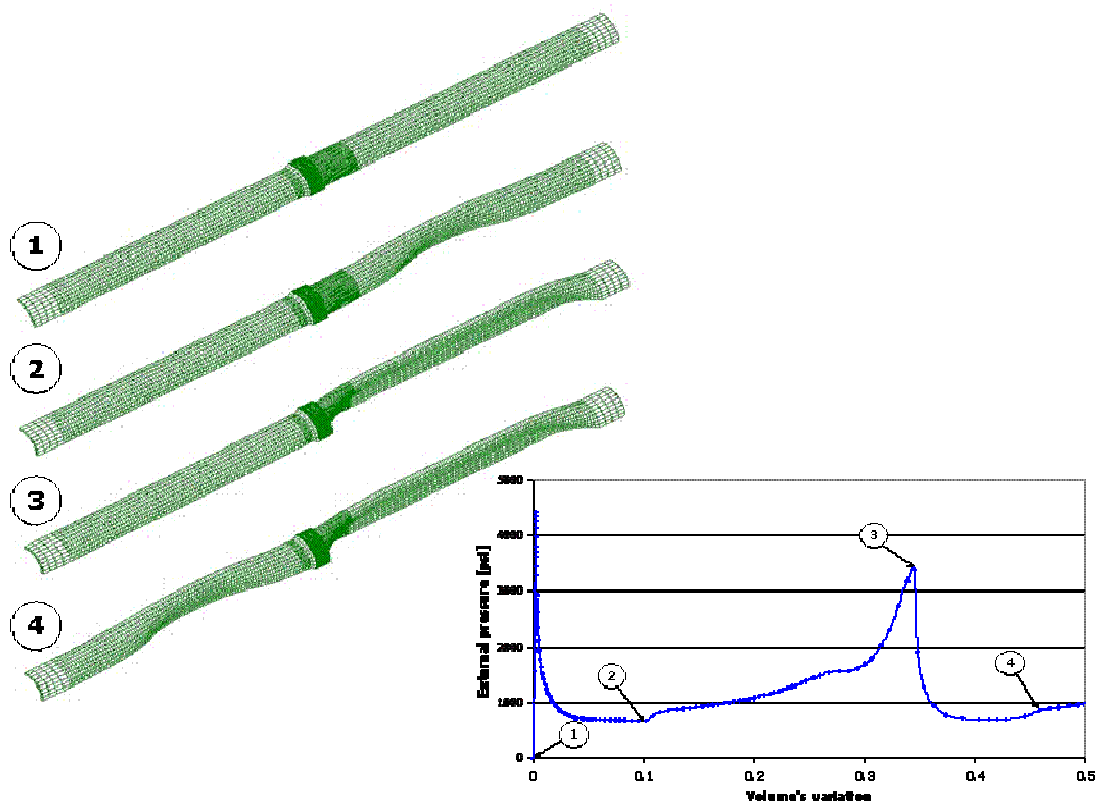


Figura 24. Mecanismos de crossover: "Flattening"

Se realizaron 3 ensayos con el objetivo de obtener resultados experimentales que pudieran ser utilizados para la validación del modelo de elementos finitos. Las probetas fueron caracterizadas geométricamente de tal como se explicó en el punto 3.2 y el modelo cuenta con las mismas características descritas en el apartado 3.3.

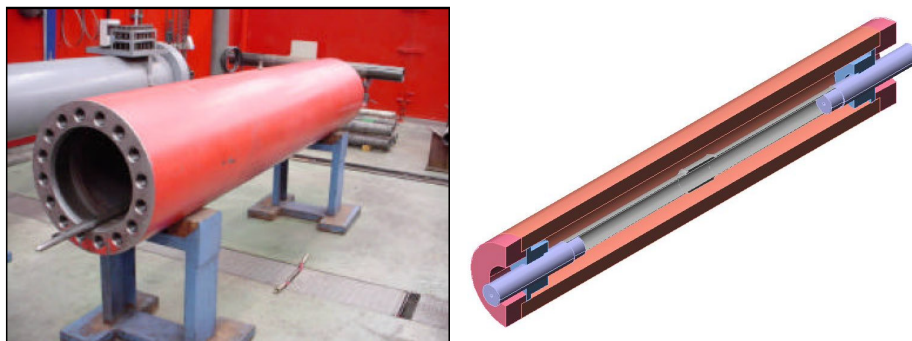


Figura 25. Fotografía de la cámara de colapso y esquema de la probeta montada en su interior

En la figura 25 se observa la cámara de colapso utilizada y un esquema de la probeta montada en su interior. Para poder medir la variación de volumen interno dentro del tubo, dos cabezales perforados se soldaron en los extremos del tubo. Cada probeta fue llenada con agua antes del comienzo del ensayo. Por el orificio perforado en los cabezales, el agua fue dirigida hacia un recipiente conectado con una celda de carga de forma tal que la variación de carga en la celda sea proporcional al agua desplazada del interior del tubo

En la figura 26 se comparan las curvas *Presión exterior vs. variación de volumen interno* obtenidas numérica y experimentalmente, para uno de los ensayos realizados. También se observa la malla en el estado final de carga, y una foto de la probeta después del ensayo..

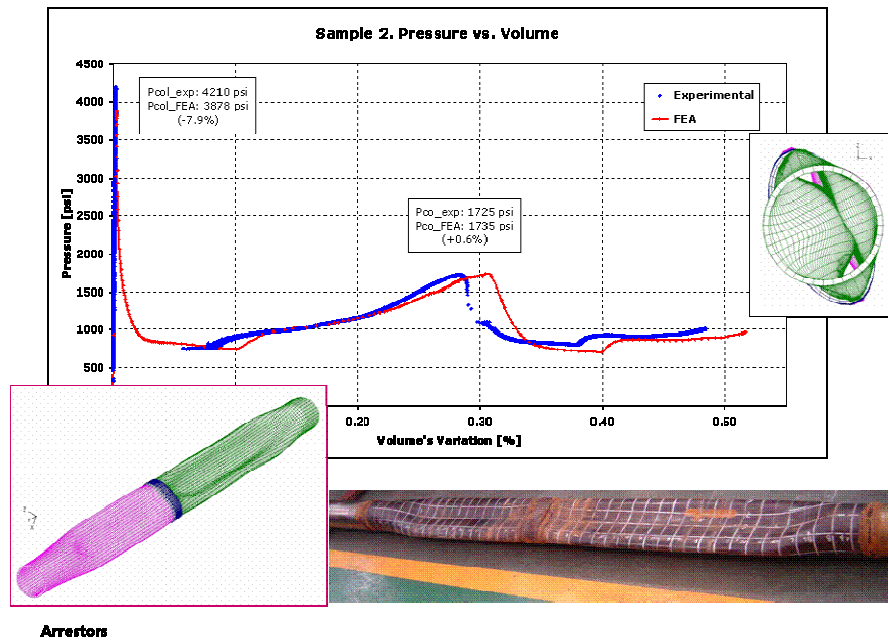


Figura 26. Arrestors: Presión exterior vs. variación de volumen interno. Resultados numéricos y experimentales

La tabla 2 muestra la comparación entre los resultados experimentales y numéricos para los valores de colapso y crossover.

Probeta	Presión de colapso: FEA/Experimental	Presión de crossover: FEA/Experimental
1	0.915	No alcanzada
2	0.921	1.006
3	0.969	1.105

Tabla 2

4 CONCLUSIONES

En este trabajo mostramos los modelos de elementos finitos desarrollados para analizar el comportamiento en condiciones de servicio y bajo cargas últimas de uniones roscadas de tubos así como de tubos utilizados en las tuberías de conducción submarinas. Los modelos fueron validados mediante comparación con resultados de ensayos a plena escala. En todos los casos el acuerdo entre los resultados obtenidos numérica y experimentalmente ha sido excelente, por lo cual estos modelos pueden ser utilizados como herramientas de análisis seguras y eficientes.

5 REFERENCIAS

- [1] Assanelli, A.P. y Dvorkin, E.N. Finite element models of OCTG threaded connections, *Comput. & Struct.*, 47, 725-734, 1993.
- [2] Assanelli, A.P. y Dvorkin, E.N., Selection of an adequate finite element formulation for modeling OCTG connections, in *Computational Mechanics, new trends and applications*, (Eds. E. Oñate and S. Idelshon), CIMNE, Barcelona, (1998)
- [3] A.P.Assanelli, R.G.Toscano and D.H.Johnson, "Comparación de ensayos a plena escala y modelos de elementos finitos en la calificación de uniones para la industria del petróleo.", *Mec. Comput.*, Vol.19, (Ed. F.Quintana et al.), 2000.
- [4] A.P.Assanelli, R.G.Toscano and E.N.Dvorkin, "Analysis of the collapse of steel tubes under external pressure", *Computational Mechanics – New trends and applications*, (Ed. S.Idelsohn et al), CIMNE, 1998.
- [5] A.Assanelli, R.Toscano, D.Johnson and E.Dvorkin, "Experimental / numerical analysis of the collapse behavior of steel pipes", *Engng. Computations*, Vol.17, pp.459-486, 2000.
- [6] R.G.Toscano, A.P.Assanelli y E.N.Dvorkin, "Colapso y post-colapso de tuberías de conducción submarinas", *Mec. Comput.*, Vol.19, (Ed. F.Quintana et al.), 2000.
- [7] E.N.Dvorkin and R.G.Toscano, "Effects of external/internal pressure on the global buckling of pipelines", *Proceedings First MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics*, (Ed. K.-J.Bathe), Elsevier, 2001.
- [8] R.G.Toscano, P.M.Amenta and E.N.Dvorkin, "Enhancement of the collapse resistance of tubular products for deep-water pipeline applications", *Proceedings 25th. Offshore Pipeline Technology Conference, IBC, Amsterdam*, 2002.
- [9] R.Toscano, M.Gonzalez and E.Dvorkin, "Validation of a finite element model that simulates the behavior of steel pipes under external pressure", *The Journal of Pipeline Integrity*, Vol.2, pp.74-84, 2003.
- [10] R.G.Toscano, C.Timms, E.N.Dvorkin and D.DeGeer, "Determination of the collapse and propagation pressure of ultra-deepwater pipelines", *Proceedings OMAE 2003 - 22nd. International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2003.
- [11] R.Toscano, L.Mantovano and E.Dvorkin, "On the numerical calculation of collapse and collapse propagation pressure of steel deep-water pipelines under external pressure and bending: Experimental verification of the finite element results", *Proceedings 4th International Conference on Pipeline Technology*, pp. 1417-1428, Belgium, 2004.

- [12]Santiago Grittini and Rita Toscano, “Modelado computacional de la respuesta estructural de tuberías compuestas. Aplicaciones a ductos submarinos”, Mecánica Computacional, Vol. XXIII, (Eds. G.Buscaglia et al), 2004.
- [13]ISO/DIS 13679, Petroleum and natural gas industries-Testing procedures for casing and tubing connections, Draft International Standard, 1999.
- [14]Dvorkin E.N. y Vassolo, S.I., A Quadrilateral 2D finite element based on mixed interpolation of tensorial components, Engng. Comput., 6, 217-224, 1989.
- [15]Dvorkin, E. N. y Assanelli, A. P., Elasto-plastic analysis using a quadrilateral 2-D element based on mixed interpolation of tensorial components, en Computational Plasticity (Ed. D.R.J. Owen), pp. 263-283, Pineridge Press, Swansea, 1989.
- [16]Dvorkin, E. N. Assanelli, A.P. y Toscano, R.G., Performance of the QMITC element in two-dimensional elasto-plastic analyses, Comput. & Struct., 58, 1099-1129, 1996.
- [17]E.N.Dvorkin and K.J.Bathe, “A continuum mechanics based four-node shell element for general nonlinear analysis”, Engng. Computations, 1, pp. 77-88, 1984.
- [18]K.J.Bathe and E.N.Dvorkin, “A four-node plate bending element based on Mindlin / Reissner plate theory and a mixed interpolation”, Int. J. Numerical Methods in Engng, 21, pp. 367-383, 1985.
- [19]K.J.Bathe and E.N.Dvorkin, “A formulation of general shell elements - the use of mixed interpolation of tensorial components”, Int. J. Numerical Methods in Engng, 22, pp.697-722, 1986.
- [20]K.J.Bathe and E.N.Dvorkin, "On the automatic solution of nonlinear finite element equations", Computers & Structures, 17, pp. 871-879, 1983.
- [21]K.J. Bathe, Finite Element Procedures, Prentice Hall, NJ, 1996.
- [22]Malvern L.E., Introduction to the Mechanics of the Continuum Medium, Prentice Hall, 1969.